

CONTENIDO

UNIDAD 1 - TEORÍAS DE FALLA ESTÁTICA

Capítulos 2 a 4 Resistencia de materiales, Carga estática simple y Cargas estáticas combinadas

| | Página |
|--|--------|
| ▪ Tabla 2.1 Coeficientes para el cálculo de esfuerzos y del ángulo de torsión en un elemento de sección rectangular sometido a torsión | 2 |
| ▪ Tabla 3.1 Tabla de factores de seguridad. Valores mínimos recomendados | 2 |
| ▪ Ecuaciones de diseño - Unidad 1 - Teorías de falla estática | 2 |

UNIDAD 2 - TEORÍAS DE FALLA POR FATIGA

Capítulo 5 Carga variable - Fatiga

| | |
|---|---|
| ▪ Límites y resistencias a la fatiga | 3 |
| ▪ Factores de reducción de resistencia a la fatiga | 4 |
| ○ Figura 5.11 Factores de superficie para el acero. Pueden aplicarse a otros metales dúctiles, pero como valores aproximados | 4 |
| ○ Factor de tamaño (K_b): ecuaciones 5.21 a 5.25 | 4 |
| ○ Tabla 5.2 Factor de confiabilidad (K_c) | 4 |
| ○ Factor de temperatura (K_d): ecuación 5.26.c | 4 |
| ○ Factor de carga (K_{car}): ecuación 5.28 | 4 |
| ○ Factor de concentración de esfuerzos por fatiga (K_f) e índice de sensibilidad a la entalla (q) | 4 |
| ▪ Figura 5.16 Curvas para la determinación del índice de sensibilidad a la entalla, q | 5 |
| ▪ Tabla 5.3 Constante de Neuber para aceros | 6 |
| ▪ Tabla 5.4 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga para roscas, válidos para elementos de acero sometidos a tracción o flexión | 6 |
| ▪ Tabla 5.5 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga para chaveteros en ejes de acero de sección circular maciza | 6 |

| | |
|---|---|
| ▪ Resistencia a la fatiga corregida para vida finita e infinita (S_n) | 6 |
| ▪ Ecuaciones de diseño - Unidad 2 - Teorías de falla por fatiga | 7 |

UNIDAD 3 - ESFUERZOS DE CONTACTO

Capítulo 6 Esfuerzos de contacto

| | |
|---|---|
| ▪ Ecuaciones de diseño - Unidad 3 - Esfuerzos de contacto | 8 |
|---|---|

UNIDAD 4 - DISEÑO DE ÁRBOLES

Capítulo 7 Diseño de árboles y Capítulo 10 Ajustes y tolerancias

| | |
|--|----|
| ▪ Tabla 7.1 Deformaciones permisibles de árboles | 9 |
| ▪ Diámetros interiores de rodamientos FAG | 9 |
| ▪ Tabla 10.1 Tolerancias fundamentales en micrómetros (μm) (tolerancias ISO, menos de 500 mm) | 10 |
| ▪ Tabla 10.2 Descripción y aplicaciones de los ajustes preferentes | 10 |
| ▪ Figura 10.14 Ajustes preferentes del sistema de agujero base | 11 |
| ▪ Figura 10.15 Ajustes preferentes del sistema de eje base | 11 |
| ▪ Tabla 10.3 Desviaciones fundamentales en milímetros (mm) para zonas de tolerancia de ejes | 11 |
| ▪ Tabla 10.4 Desviaciones fundamentales en milímetros (mm) para zonas de tolerancia de agujeros | 12 |
| ▪ Ecuaciones de diseño - Unidad 5 - Diseño de árboles | 12 |

REFERENCIAS

14

Tabla 2.1 Coeficientes para el cálculo de esfuerzos y del ángulo de torsión en un elemento de sección rectangular sometido a torsión.

| a/b | 1 | 1.5 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 | ∞ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| α | 0.208 | 0.231 | 0.246 | 0.267 | 0.282 | 0.299 | 0.307 | 0.313 | 0.333 |
| β | 0.141 | 0.196 | 0.229 | 0.263 | 0.281 | 0.299 | 0.307 | 0.313 | 0.333 |
| γ | 1.000 | 0.858 | 0.796 | 0.753 | 0.745 | 0.743 | 0.743 | 0.743 | 0.743 |

$$S_{smax} = \frac{T}{\alpha ab^2},$$

$$S_{smax} = \frac{T}{ab^2} [3 + 1.8(b/a)],$$

$$S_{smax}' = \gamma S_{smax},$$

$$\theta = \frac{TL}{G\beta ab^3},$$

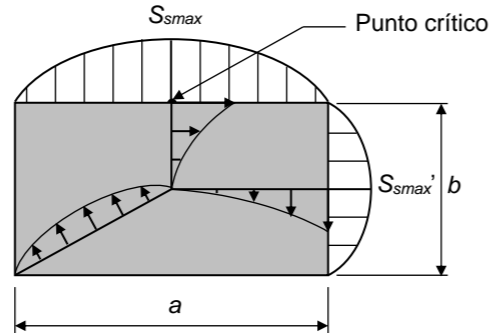


Tabla 3.1 Tabla de factores de seguridad. Valores mínimos recomendados. Modificada de Faïres^[1].

| TIPO O CLASE DE CARGA | ACERO, METALES DÚCTILES | | HIERRO FUNDIDO, METALES FRÁGILES | MADERA DE CONSTRUCCIÓN |
|--|----------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|------------------------|
| | Basado en la resistencia máxima* | Basado en la resistencia de fluencia* | Basado en la resistencia máxima* | |
| Carga muerta o Carga variable bajo análisis por fatiga | 3 - 4 | 1.5 - 2 | 5 - 6 | 7 |

Las siguientes recomendaciones **NO** se deben adoptar si se hace análisis por fatiga

| | | | | |
|---|---------|-------|---------|----|
| Repetida en una dirección, gradual (choque suave) | 6 | 3 | 7 - 8 | 10 |
| Repetida invertida, gradual (choque medio) | 8 | 4 | 10 - 12 | 15 |
| Choque fuerte | 10 - 15 | 5 - 7 | 15 - 20 | 20 |

* Resistencia máxima es S_u , S_{uc} o S_{us} y resistencia de fluencia es S_y , S_{yc} o S_{ys} (dependiendo de si el esfuerzo es de tracción, de compresión o cortante)

Los factores de seguridad dados en las últimas tres filas **no se deben utilizar en la práctica**. Sólo se usarán al comienzo del curso (antes de estudiar el diseño por fatiga).

ECUACIONES DE DISEÑO - UNIDAD 1 - TEORÍAS DE FALLA ESTÁTICA

σ_1, σ_2 y σ_3 : Esfuerzos principales, con $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

σ_A, σ_B y σ_C : Esfuerzos principales (para estado de esfuerzo plano), con $\sigma_A \geq \sigma_B$ y $\sigma_C = 0$

σ_e : Esfuerzo equivalente

S_u, S_{uc}, S_{us} : Resistencia máxima a la tracción, compresión y torsión, respectivamente

S_y, S_{yc}, S_{ys} : Resistencia de fluencia en tracción, compresión y torsión, respectivamente

N : Factor de seguridad

S, S_s : Esfuerzo normal y cortante, respectivamente

1. Esfuerzo simple

$N = \frac{\text{Carga que produce la falla}}{\text{Carga máxima aplicada}}$. Si el esfuerzo es proporcional a la carga, puede usarse:

$$S = \frac{S_y \text{ o } S_u}{N} \text{ (tracción)}, \quad S = \frac{S_{yc} \text{ o } S_{uc}}{N} \text{ (compresión)} \quad \text{y} \quad S_s = \frac{S_{ys} \text{ o } S_{us}}{N} \text{ (cortante)}$$

2. Esfuerzos combinados - materiales frágiles con $S_{uc} > S_u$: usar la Teoría de Mohr Modificada (TMM)

$$\sigma_e = \frac{S_u}{N}, \quad \text{donde } \sigma_e \text{ es el máximo entre: } C_1, C_2, C_3, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \text{ y } 0$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_1 - \sigma_2| + \frac{S_{uc} - 2S_u}{S_{uc}} (\sigma_1 + \sigma_2) \right]$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_2 - \sigma_3| + \frac{S_{uc} - 2S_u}{S_{uc}} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_3 - \sigma_1| + \frac{S_{uc} - 2S_u}{S_{uc}} (\sigma_3 + \sigma_1) \right]$$

Si el estado de esfuerzo es biaxial, puede usarse también:

$$\sigma_A = \frac{S_u}{N} \quad ; \text{ Si } \sigma_A \geq -\sigma_B$$

$$\sigma_A = \frac{S_{uc} S_u}{N(S_{uc} - S_u)} + \frac{S_u \sigma_B}{S_{uc} - S_u} \quad ; \text{ Si } \sigma_A \geq 0 \text{ y } \sigma_A < -\sigma_B$$

$$\sigma_B = \frac{-S_{uc}}{N} \quad ; \text{ Si } \sigma_A \leq 0$$

3. Esfuerzos combinados - materiales dúctiles con $S_y = S_{yc}$: usar la Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (TECM), la Teoría del Esfuerzo Cortante Octaédrico (TECO) o la teoría de la energía de distorsión (o de von Mises-Hencky) (las dos últimas son equivalentes en sus resultados y son preferidas)

TECM
$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{N}$$

TECO/
von Mises
$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \frac{S_y}{N}$$

Para la TECO y von Mises, con un estado de esfuerzo plano, puede utilizarse también:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B} = \frac{S_y}{N} \quad \sigma_e = \sqrt{S_X^2 + S_Y^2 - S_X S_Y + 3S_s^2} = \frac{S_y}{N}$$

Para un estado de esfuerzo plano con un solo esfuerzo normal y un esfuerzo cortante, también puede utilizarse:

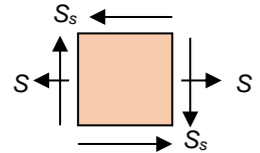


Diagrama de un elemento cuadrado sometido a esfuerzos normales S y esfuerzos cortantes S_s . Las flechas indican que los esfuerzos normales S actúan horizontalmente y los esfuerzos cortantes S_s actúan verticalmente.

$$\left(\frac{1}{N}\right)^2 = \left(\frac{S}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{S_s}{S_{ys}}\right)^2, \text{ donde } \begin{cases} S_{ys} \approx 0.577 S_y \text{ (TECO/von Mises)} \\ S_{ys} = 0.5 S_y \text{ (TECM)} \end{cases}$$

Notas

1. Para los aceros, la relación entre S_{ys} y S_y está normalmente entre 0.5 y 0.6, aunque puede ser inferior a 0.5 o superior a 0.6. Un valor apropiado es aproximadamente 0.577 que coincide con la TECO y la teoría de la energía de distorsión (teoría de von Mises-Hencky).
2. Las ecuaciones de diseño de las teorías de falla son válidas si el esfuerzo es proporcional a la carga.

LÍMITES Y RESISTENCIAS A LA FATIGA (fuentes: Norton^[2] y Faires^[1]):

- Para la mayoría de los aceros (bajo carbono, aleados, inoxidables)
 - $S_e' \approx 0.5 S_u$; para $S_u < 1380 \text{ MPa (200 ksi)}$ (5.2)
 - $S_e' \approx 690 \text{ MPa} = 100 \text{ ksi}$; para $S_u \geq 1380 \text{ MPa (200 ksi)}$ (5.3)
 - $S_e' [\text{MPa}] \approx (1.72)(\text{Dureza [HB]})$; para Dureza $< 400 \text{ HB}$ (5.4)
- Otra fuente recomienda usar para aceros tratados térmicamente lo siguiente
 - $S_e' \approx (0.23 \text{ a } 0.5) S_u$
 - $S_e' \approx (1.72)(400) \text{ MPa}$; para Dureza $\geq 400 \text{ HB}$
- Para aceros aleados de alta resistencia Lessells^[citado en 1] recomienda
 - $S_e' \approx a S_y + b S_u$, (5.7)
 - donde a y b se obtienen mediante interpolación rectilínea de los siguientes datos

Tabla 5.1 Coeficientes a y b para la ecuación 5.7.

| S_y (MPa) | a | S_u (MPa) | b |
|-------------|-----|-------------|------|
| 588 | 0.2 | 588 | 0.45 |
| 1310 | 0.4 | 1372 | 0 |

- Para aleaciones de aluminio
 - $S_f'_{@5 \times 10^8} \approx 0.4 S_u$, para $S_u < 330 \text{ MPa (48 ksi)}$ (5.8.a)
 - $S_f'_{@5 \times 10^8} \approx 132 \text{ MPa} = 19 \text{ ksi}$, para $S_u \geq 330 \text{ MPa (48 ksi)}$ (5.8.b)
- Para aleaciones de cobre
 - $S_f'_{@5 \times 10^8} \approx 0.4 S_u$, para $S_u < 276 \text{ MPa (40 ksi)}$ (5.9.a)
 - $S_f'_{@5 \times 10^8} \approx 96 \text{ MPa} = 14 \text{ ksi}$, para $S_u \geq 276 \text{ MPa (40 ksi)}$ (5.9.b)
- Otros
 - Acero fundido $S_e' \approx 0.4 S_u$ (5.10.a)
 - Hierro fundido gris $S_e' \approx 0.35 S_u$; (5.10.b)
 - Hierro fundido nodular $S_e' \approx 0.4 S_u$ (5.10.c)
 - Hierro fundido nodular normalizado $S_e' \approx 0.33 S_u$ (5.10.d)
 - Alternativamente, para los hierros
 - $S_e' \approx 0.4 S_u$; $S_u < 400 \text{ MPa (60 ksi)}$. (5.11.a)
 - $S_e' \approx 160 \text{ MPa} = 24 \text{ ksi}$; $S_u \geq 400 \text{ MPa}$. (5.11.b)
 - Aleaciones de magnesio $S_f'_{@1 \times 10^8} \approx 0.35 S_u$. (5.12)
 - Aleaciones de níquel $\sim 0.35 S_u < S_f'_{@1 \times 10^8} < \sim 0.5 S_u$. (5.13)
 - Aleaciones de titanio $0.45 S_u < S_e' < 0.65 S_u$. (5.14)

FACTORES DE REDUCCIÓN DE RESISTENCIA A LA FATIGA

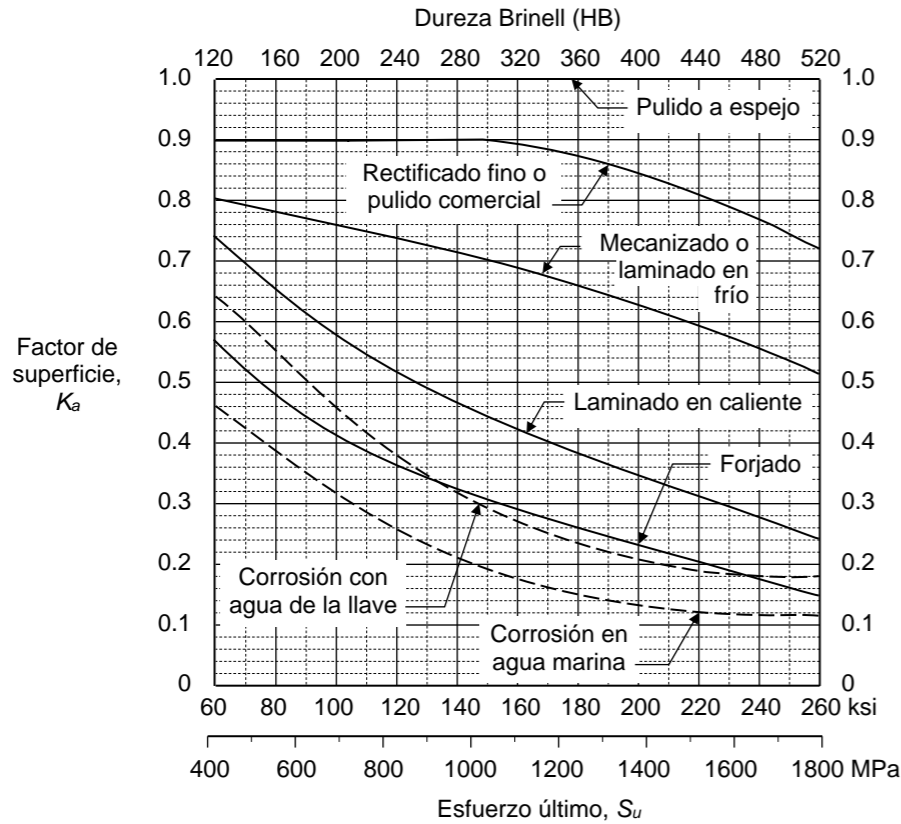


Figura 5.11 Factores de superficie para el acero. Fuente: Juvinal[3]. Pueden aplicarse a otros metales dúctiles, pero como valores aproximados[2]

$$\left. \begin{aligned}
 &K_b = 1, \quad \text{si } d_e \leq 8 \text{ mm (0.3 in)} \\
 &K_b = 1.24d_e^{-0.107}, \quad \text{si } 8 < d_e \leq 51 \text{ mm} \\
 &K_b = 1.51d_e^{-0.157}, \quad \text{si } 51 < d_e \leq 254 \text{ mm} \\
 &(K_b = 0.879d_e^{-0.107}, \quad \text{si } 0.3 \leq d_e \leq 2 \text{ in}) \\
 &(K_b = 0.91d_e^{-0.157}, \quad \text{si } 2 < d_e \leq 10 \text{ in}) \\
 &K_b \approx 0.6, \quad \text{si } d_e > 254 \text{ mm (10 in)}^{[1]},
 \end{aligned} \right\} \text{Flexión o torsión} \quad (5.21)$$

$$K_b = 1. \} \text{Carga axial} \quad (5.22)$$

Para secciones circulares de diámetro d , sometidos a:

$$\text{Flexión giratoria:} \quad d_e = d. \quad (5.23.a)$$

$$\text{Flexión no giratoria:} \quad d_e = 0.37d. \quad (5.23.b)$$

$$\text{Torsión:} \quad d_e = d. \quad (5.23.c)$$

Para secciones rectangulares o en 'I' sometidas a flexión no giratoria:

$$\text{Sección rectangular de área } hb: \quad d_e = 0.808 \sqrt{hb}. \quad (5.24)$$

$$\text{Sección en 'I' (figura 5.14):} \quad d_e = 0.808 \sqrt{hb}, \text{ si } t_h > 0.025h. \quad (5.25)$$

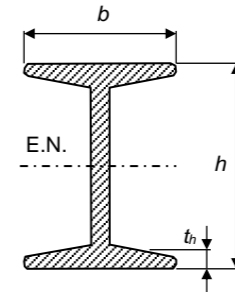


Figura 5.14 Sección en 'I'

Tabla 5.2 Factor de confiabilidad (K_c).

| Confiabilidad (%) | 50 | 90 | 99 | 99.9 | 99.99 | 99.999 |
|-------------------|----|-------|-------|-------|-------|--------|
| K_c | 1 | 0.897 | 0.814 | 0.753 | 0.702 | 0.659 |

$$K_d = 1, \quad \text{si } 20^\circ\text{C} \leq T_{emp} \leq 250^\circ\text{C}. \quad \text{SÓLO PARA ACEROS} \quad (5.26.c)$$

$$K_{car} = 1, \quad \text{para flexión.} \quad (5.28.a)$$

$$K_{car} = 0.7, \quad \text{para carga axial.} \quad (5.28.b)$$

$$K_{car} = 0.577, \quad \text{para torsión (y cortante),} \quad (5.28.c)$$

$$K_{car} = 1, \quad \text{para torsión (y cortante), calculando los esfuerzos equiv. de von Mises} \quad (5.28.d)$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

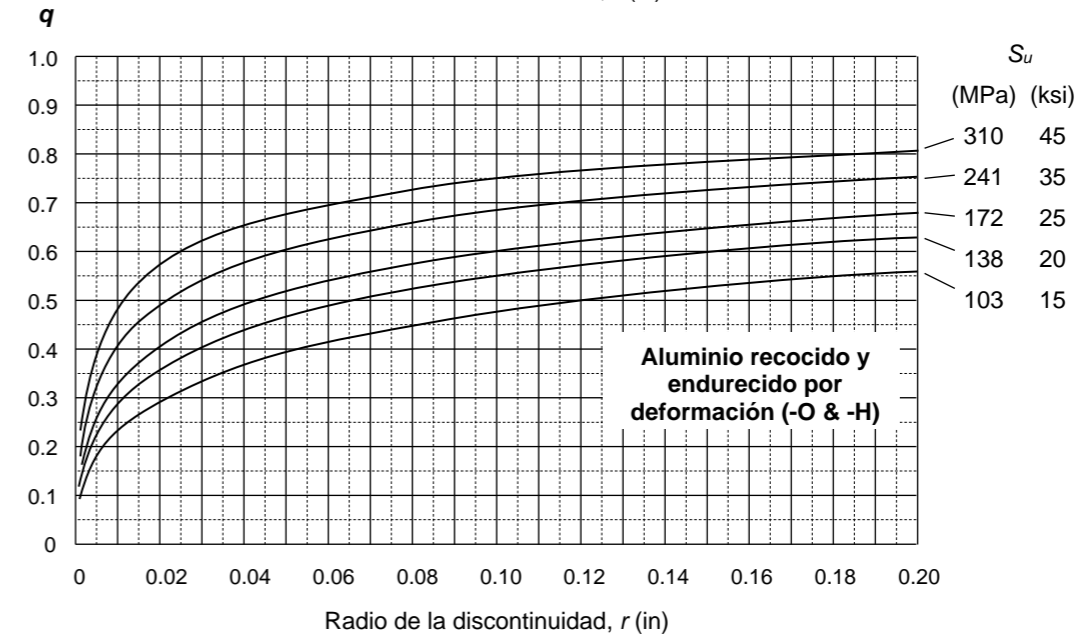
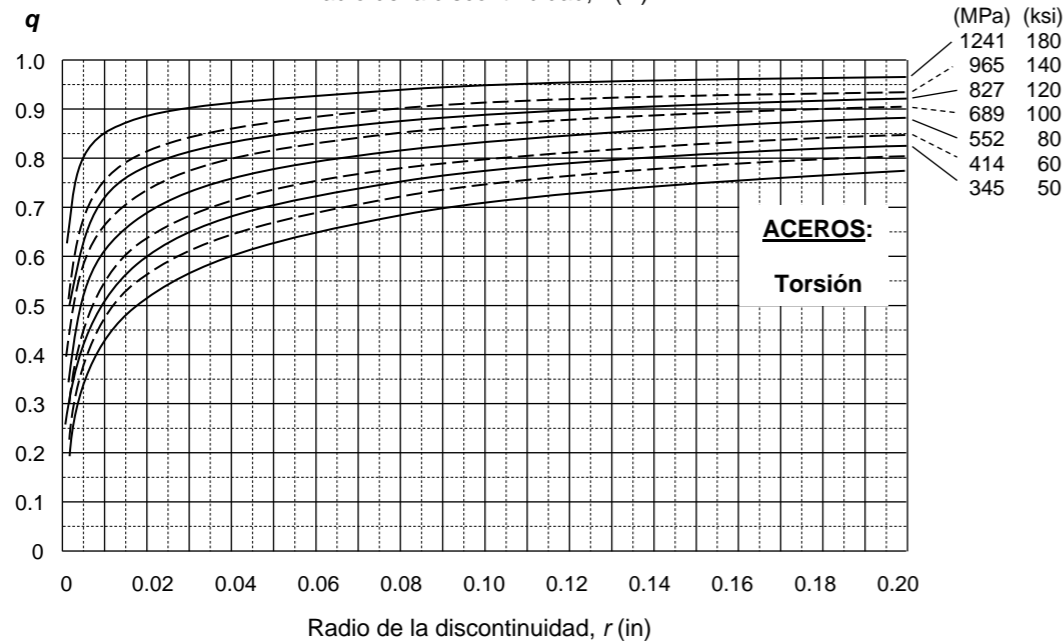
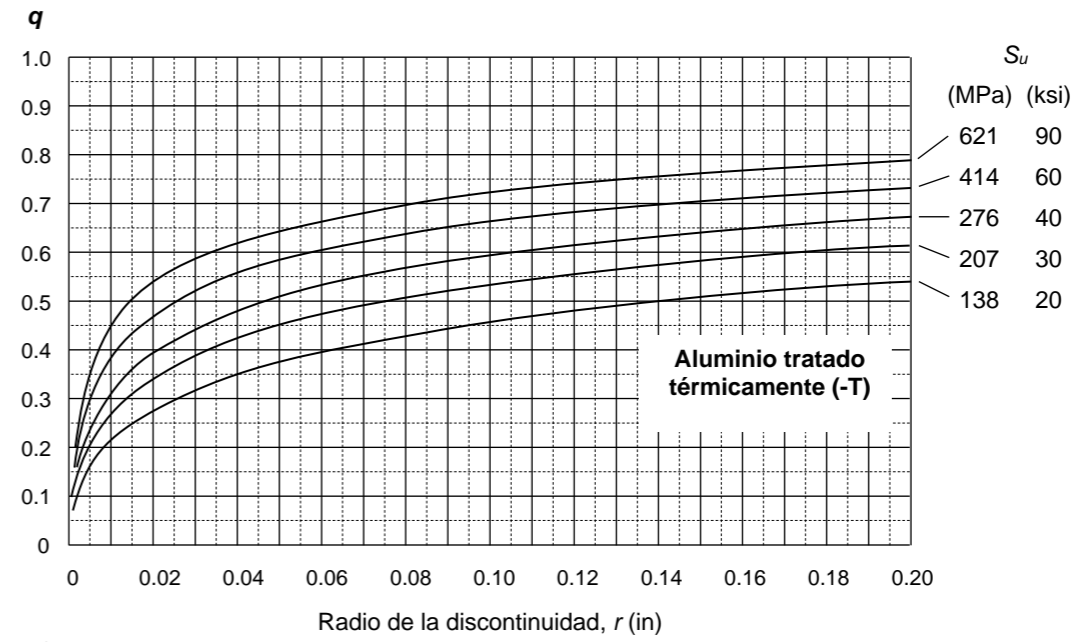
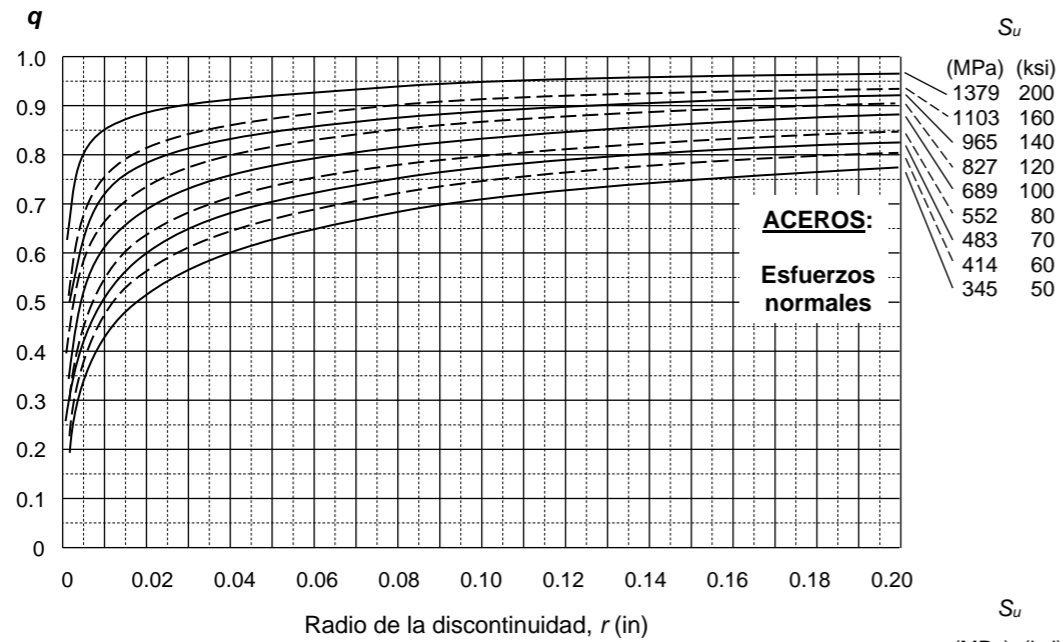


Figura 5.16 Curvas para la determinación del índice de sensibilidad a la entalla, q

Tabla 5.3 Constante de Neuber para aceros (fuente: Norton^[2]).

| S_u | | \sqrt{a} | | | |
|-------|-------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | Carga axial y flexión | | Torsión | |
| (ksi) | (MPa) | (in ^{0.5}) | (mm ^{0.5}) | (in ^{0.5}) | (mm ^{0.5}) |
| 50 | 345 | 0.130 | 0.66 | 0.093 | 0.47 |
| 55 | 380 | 0.118 | 0.59 | 0.087 | 0.44 |
| 60 | 415 | 0.108 | 0.54 | 0.080 | 0.40 |
| 70 | 485 | 0.093 | 0.47 | 0.070 | 0.35 |
| 80 | 550 | 0.080 | 0.40 | 0.062 | 0.31 |
| 90 | 620 | 0.070 | 0.35 | 0.055 | 0.28 |
| 100 | 690 | 0.062 | 0.31 | 0.049 | 0.25 |
| 110 | 760 | 0.055 | 0.28 | 0.044 | 0.22 |
| 120 | 825 | 0.049 | 0.25 | 0.039 | 0.20 |
| 130 | 895 | 0.044 | 0.22 | 0.035 | 0.18 |
| 140 | 965 | 0.039 | 0.20 | 0.031 | 0.16 |
| 160 | 1100 | 0.031 | 0.16 | 0.024 | 0.12 |
| 180 | 1240 | 0.024 | 0.12 | 0.018 | 0.09 |
| 200 | 1380 | 0.018 | 0.09 | 0.013 | 0.07 |
| 220 | 1515 | 0.013 | 0.07 | 0.009 | 0.05 |
| 240 | 1655 | 0.009 | 0.05 | | |

Los valores de la constante de Neuber para torsión equivalen a los de esfuerzos normales, cuando se toma un valor de S_u que sea 20 ksi (138 MPa) mayor que el del material.

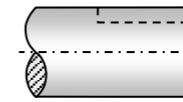
Tabla 5.4 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga para roscas, válidos para elementos de acero sometidos a tracción o flexión (fuentes: Faies^[1] y Norton^[2]).

| Clase de rosca | K_f (tracción o flexión) | | | |
|---|---|---------|---|---------|
| | Recocida Dureza < 200 HB Grado SAE ≤ 2 Clase SAE (ISO) ≤ 5.8 | | Endurecida Dureza > 200 HB Grado SAE ≥ 4 Clase SAE (ISO) ≥ 6.6 | |
| | Laminada | Tallada | Laminada | Tallada |
| Unified National Standard (UNS) con raíces planas | 2.2 | 2.8 | 3.0 | 3.8 |
| Cuadrada | | | | |
| Unified Nacional Standard (UNS) con raíces redondeadas | 1.4 | 1.8 | 2.6 | 3.3 |

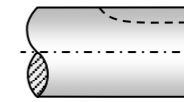
Los grados y clases de los pernos se dan en las tablas 8.3 y 8.4.

Tabla 5.5 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga para chaveteros en ejes de acero de sección circular maciza (fuente: Faies^[1]).

| Clase de chavetero | K_f | | | |
|--------------------|-----------------------------------|---------|-------------------------------------|---------|
| | Recocido, dureza menor que 200 HB | | Endurecido, dureza mayor que 200 HB | |
| | Flexión | Torsión | Flexión | Torsión |
| Perfil | 1.6 | 1.3 | 2.0 | 1.6 |
| Patín | 1.3 | 1.3 | 1.6 | 1.6 |



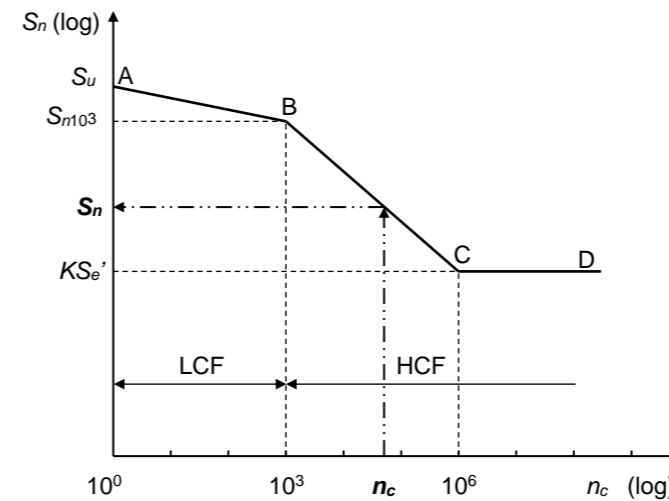
Chavetero de perfil



Chavetero de patín

Resistencia a la fatiga corregida para vida finita e infinita (S_n)

Para aceros o materiales que exhiben el codo C en $n_c \approx 10^6$, S_n está dado por:

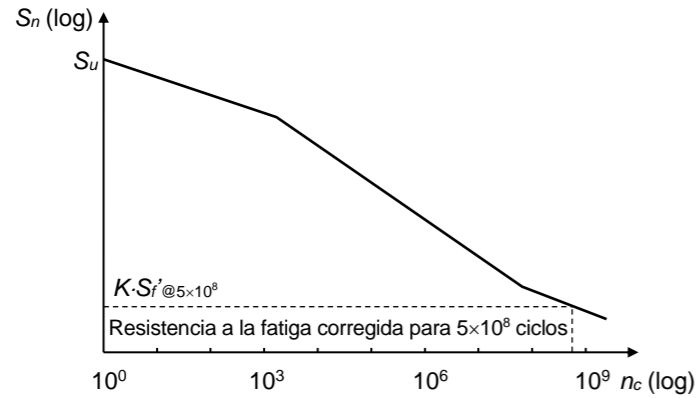


$$\text{Si } n_c \leq 10^3, \quad S_n = S_{n10^3}. \quad (5.48)$$

$$\text{Si } 10^3 < n_c < 10^6, \quad S_n = \frac{[S_{n10^3}]^2}{KS_e'} (n_c)^{\frac{1}{3} \log \left(\frac{KS_e'}{S_{n10^3}} \right)}. \quad (5.49)$$

$$\text{Si } n_c \geq 10^6, \quad S_n = KS_e'. \quad (5.50)$$

Para materiales que no posean límite de fatiga (**materiales que no exhiben el codo C**):



$$\text{Si } n_c \leq 10^3, \quad S_n = S_{n10^3}. \quad (5.51)$$

$$\text{Si } 10^3 < n_c < n_{cref}, \quad S_n = \frac{[S_{n10^3}]^{1-3/z}}{[KS_f']^{-3/z}} (n_c)^{\frac{1}{z} \log \left(\frac{S_{n10^3}}{KS_f'} \right)}. \quad (5.52)$$

$$\text{Si } n_c = n_{cref}, \quad S_n = KS_f'. \quad (5.53)$$

donde $z = \log(10^3) - \log(n_{cref}) = 3 - \log(n_{cref})$ y $S_f' = S_f' @ n_{cref}$ es la resistencia a la fatiga para una vida n_{cref} . Para $n_c > n_{cref}$, podría usarse la ecuación 5.52 (lo cual constituye una extrapolación), pero el resultado tiene una confiabilidad cuestionable y, probablemente, es conservador.

Si $n_{cref} = 5 \times 10^8$, $z = -5.699$ y la ecuación 5.52 es equivalente a:

$$\text{Si } 10^3 < n_c < 5 \times 10^8, \quad S_n = \frac{[S_{n10^3}]^{1.5264}}{[KS_f' @ 5 \times 10^8]^{0.5264}} (n_c)^{\frac{1}{-5.699} \log \left(\frac{S_{n10^3}}{KS_f' @ 5 \times 10^8} \right)}. \quad (5.54)$$

Donde

$$K = K_a K_b K_c K_d K_e K_{car}. \quad (5.20)$$

$$S_{n10^3} \approx \begin{cases} 0.9S_u \text{ para flexión}^{[9(\text{citado en } 1), 3, 4, 10]} \\ 0.75S_u \text{ para carga axial}^{[9(\text{citado en } 1), 10]} \\ 0.72S_u (= 0.9 \times S_{us}, \text{ tomando } S_{us} = 0.8S_u) \text{ para torsión}^{[10]} \\ 0.9S_u \text{ para torsión si se calculan los esfuerzos equivalentes de von Mises}^{[1]}. \end{cases} \quad (5.36)$$

ECUACIONES DE DISEÑO - UNIDAD 2 - TEORÍAS DE FALLA POR FATIGA

Esfuerzos normales en materiales dúctiles

$$\text{Para } S_m \geq 0 \begin{cases} \text{Usar } \frac{1}{N} = K_f \left(\frac{S_m}{S_u} + \frac{S_a}{S_n} \right), \text{ y verificar que } S_m + S_a \leq \frac{S_y}{N}; & \text{Goodman modificada} \\ & (5.63.a) \\ \text{si no se satisface la inecuación usar } \frac{1}{N} = \frac{S_m + S_a}{S_y}. \\ \text{o } \frac{1}{N} = K_f \left(\frac{S_m}{S_y} + \frac{S_a}{S_n} \right). & \text{Soderberg} \end{cases} \quad (5.63.b)$$

$$\text{Para } \frac{S_n - S_{yc}}{K_f} \leq S_m < 0, \quad \frac{1}{N} = \frac{K_f S_a}{S_n}. \quad (5.64)$$

$$\text{Para } S_m < \frac{S_n - S_{yc}}{K_f}, \quad \frac{1}{N} = \frac{S_a - S_m}{S_{yc}}. \quad (5.65)$$

Esfuerzos normales en materiales frágiles

$$\text{Para } S_m \geq 0, \quad \frac{1}{N} = \frac{K_t S_m}{S_u} + \frac{K_f S_a}{S_n}. \quad (5.66)$$

$$\text{Para } \frac{S_n - S_{uc}}{K_f K_t} \leq S_m < 0, \quad \frac{1}{N} = \frac{K_f S_a}{S_n}. \quad (5.67)$$

$$\text{Para } S_m < \frac{S_n - S_{uc}}{K_f K_t}, \quad \frac{1}{N} = \frac{K_t (S_a - S_m)}{S_{uc}}. \quad (5.68)$$

Esfuerzos cortantes en materiales dúctiles

$$\text{Usar } \frac{1}{N} = K_f \left(\frac{S_{ms}}{S_{us}} + \frac{S_{as}}{S_n} \right), \text{ y verificar que } S_{ms} + S_{as} \leq \frac{S_{ys}}{N};$$

Goodman modificada

si no se satisface la inecuación usar $\frac{1}{N} = \frac{S_{ms} + S_{as}}{S_{ys}}$.

$$\text{ó } \frac{1}{N} = K_f \left(\frac{S_{ms}}{S_{ys}} + \frac{S_{as}}{S_n} \right). \quad \text{Soderberg} \quad (5.69.b)$$

El esfuerzo cortante medio, S_{ms} , es siempre mayor o igual a cero.

Esfuerzos cortantes en materiales frágiles

$$\frac{1}{N} = \frac{K_t S_{ms}}{S_{us}} + \frac{K_f S_{as}}{S_n}. \quad (\text{Siempre } S_{ms} \geq 0) \quad (5.70)$$

ECUACIONES DE DISEÑO - UNIDAD 3 – ESFUERZOS DE CONTACTO

Contacto esfera-esfera:

$$a = \sqrt[3]{0.75 F \frac{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}{(1/r_1 \pm 1/r_2)}}$$

$$p_{cmax} = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2} = 0.5784 \sqrt[3]{\frac{F(1/r_1 \pm 1/r_2)^2}{[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]^2}}$$

$$S_{smax} = \frac{p_{cmax}}{2} \left[\frac{(1-2\nu)}{2} + \frac{2}{9}(1+\nu)\sqrt{2(1+\nu)} \right] \quad z_r = a \sqrt{\frac{2+2\nu}{7-2\nu}}$$

Para $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$:

$$a = 0.88 \sqrt[3]{F \frac{1/E_1 + 1/E_2}{(1/r_1 \pm 1/r_2)}} \quad p_{cmax} = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2} = 0.616 \sqrt[3]{\frac{F(1/r_1 \pm 1/r_2)^2}{(1/E_1 + 1/E_2)^2}}$$

$$S_{smax} = 0.34 p_{cmax} \quad z_r = 0.63a$$

Contacto cilindro-cilindro:

$$w = 4 \sqrt{\frac{F}{\pi b} \frac{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}{(1/r_1 \pm 1/r_2)}} \quad p_{cmax} = \frac{4F}{\pi w b} = \sqrt{\frac{F}{b\pi} \frac{(1/r_1 \pm 1/r_2)}{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}}$$

Para $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

$$w = 2.15 \sqrt{\frac{F}{b} \frac{1/E_1 + 1/E_2}{(1/r_1 \pm 1/r_2)}} \quad p_{cmax} = \frac{4F}{\pi w b} = 0.59 \sqrt{\frac{F(1/r_1 \pm 1/r_2)}{b(1/E_1 + 1/E_2)}}$$

$$S_{smax} = 0.304 p_{cmax} \quad z_r = 0.4w$$

Tabla 7.1 Deformaciones permisibles de árboles. Fuente: (Ivanov^[5]).

| Deformación | Aplicación | Deformación permisible* | |
|--|------------|--|---|
| Deflexión (debida a flexión) | y | Deflexión máxima en árboles que soportan ruedas dentadas | $[y] = (0.0002...0.0003)L$, donde L es la distancia entre apoyos |
| | | En el sitio de asiento de ruedas dentadas cilíndricas | $[y] = (0.01...0.03)m$, donde m es el módulo de la transmisión |
| | | En el sitio de asiento de ruedas dentadas cónicas e hipoidales | $[y] = (0.005...0.007)m$, donde m es el módulo de la transmisión |
| | | Deflexión máxima en los árboles de los motores asíncronos | $[y] = 0.1h$, donde h es la holgura entre el rotor y el estator |
| | | Deflexión máxima en árboles de ventiladores | $[y] = (0.0003...0.0005)D$, donde D es el diámetro del rotor |
| Deflexión angular (debida a flexión) | φ | En el sitio de asiento de ruedas dentadas | $[\varphi] = 0.001$ rad |
| | | En un cojinete | $[\varphi] = 0.001$ rad |
| | | En el asiento de rodamientos de bolas | $[\varphi] = 0.01$ rad |
| | | En el asiento de rodamientos de rodillos cilíndricos | $[\varphi] = 0.0025$ rad |
| | | En el asiento de rodamientos cónicos | $[\varphi] = 0.0016$ rad |
| | | En el asiento de rodamientos esféricos | $[\varphi] = 0.05$ rad |
| Ángulo de torsión (por unidad de longitud) | θ/L | Grúas desplazables y portátiles | $[\theta/L] = 0.0045...0.006$ rad/m |
| | | Husillos de tornos y taladros | $[\theta/L] = 0.00175$ rad/m |
| | | Árboles medios de destinación general | $[\theta/L] = 0.009$ rad/m |
| | | Árboles de cardanes de vehículos ($d = 30...50$ mm) | $[\theta/L] = 0.005...0.007$ rad/m |

* Otras recomendaciones^[6] indican que: $y \leq 0.005$ in en los asientos de ruedas dentadas; $\varphi_1 + \varphi_2 < 0.03^\circ$, donde φ_1 y φ_2 son las deflexiones angulares de un par de ruedas dentadas engranando; y que y en cojinetes de contacto deslizante debe ser menor que el espesor de la película de aceite.

* El módulo, m , de una transmisión por ruedas dentadas es un parámetro que define el tamaño de los dientes.

DIÁMETROS INTERIORES DE RODAMIENTOS FAG^[4]

Los diámetros interiores de las pistas internas de los rodamientos FAG^[4] (equivalentes al diámetro del árbol), en mm, son¹:

- **Rodamientos rígidos de bolas con una hilera:** 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 17, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 220, 240, 260, 280, 300, 320, 340, 360, 380, 400, 420, 440, 460, 480, 500, 530, 560, 600, 670, 750, 850.
- **Rodamientos de rodillos cilíndricos con una hilera:** 15, 17, 20, 22.1, 25, 26.5, 30, 31.5, 35, 37.5, 40, 42, 44, 45, 47, 49.5, 50, 52.5, 54.5, 55, 57.5, 59.5, 60, 64.5, 65, 66, 69.5, 70, 72, 74.5, 75, 78.5, 80, 83.5, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 220, 240, 260, 280, 300, 320, 340, 360, 380, 400, 420, 440, 460, 480, 500, 560, 630, 670, 710, 800.

¹ Para seleccionar otro tipo de rodamiento debe recurrirse al catálogo respectivo.

Tabla 10.1 Tolerancias fundamentales en micrómetros (μm) (tolerancias ISO, menos de 500 mm) (tomada de Jiménez^[8], página 29).

| Grupos de dimensiones en mm | | Calidad | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|---------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| Mayor de | Hasta | 01 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 0 | 3 | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 6 | 10 | 14 | 25 | 40 | 60 | 100 | 140 | 250 | 400 | 600 |
| 3 | 6 | 0.4 | 0.6 | 1 | 1.5 | 2.5 | 4 | 5 | 8 | 12 | 18 | 30 | 48 | 75 | 120 | 180 | 300 | 480 | 750 |
| 6 | 10 | 0.4 | 0.6 | 1 | 1.5 | 2.5 | 4 | 6 | 9 | 15 | 22 | 36 | 58 | 90 | 150 | 220 | 360 | 580 | 900 |
| 10 | 18 | 0.5 | 0.8 | 1.2 | 2 | 3 | 5 | 8 | 11 | 18 | 27 | 43 | 70 | 110 | 180 | 270 | 430 | 700 | 1100 |
| 18 | 30 | 0.6 | 1 | 1.5 | 2.5 | 4 | 6 | 9 | 13 | 21 | 33 | 52 | 84 | 130 | 210 | 330 | 520 | 840 | 1300 |
| 30 | 50 | 0.6 | 1 | 1.5 | 2.5 | 4 | 7 | 11 | 16 | 25 | 39 | 62 | 100 | 160 | 250 | 390 | 620 | 1000 | 1600 |
| 50 | 80 | 0.8 | 1.2 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 30 | 46 | 74 | 120 | 190 | 300 | 460 | 740 | 1200 | 1900 |
| 80 | 120 | 1 | 1.5 | 2.5 | 4 | 6 | 10 | 15 | 22 | 35 | 54 | 87 | 140 | 220 | 350 | 540 | 870 | 1400 | 2200 |
| 120 | 180 | 1.2 | 2 | 3.5 | 5 | 8 | 12 | 18 | 28 | 40 | 63 | 100 | 160 | 250 | 400 | 630 | 1000 | 1600 | 2500 |
| 180 | 250 | 2 | 3 | 4.5 | 7 | 10 | 14 | 22 | 32 | 46 | 72 | 115 | 185 | 290 | 460 | 720 | 1150 | 1850 | 2900 |
| 250 | 315 | 2.5 | 4 | 6 | 8 | 12 | 16 | 23 | 32 | 46 | 72 | 115 | 185 | 290 | 460 | 720 | 1150 | 1850 | 2900 |
| 315 | 400 | 3 | 5 | 7 | 9 | 13 | 18 | 25 | 36 | 50 | 75 | 115 | 185 | 290 | 460 | 720 | 1150 | 1850 | 2900 |
| 400 | 500 | 4 | 6 | 8 | 10 | 15 | 20 | 28 | 40 | 55 | 80 | 120 | 180 | 270 | 400 | 600 | 900 | 1350 | 2000 |

* Hasta 1 mm las calidades 14 a 16 no están previstas.

Tabla 10.2 Descripción y aplicaciones de los ajustes preferentes.

| SÍMBOLO ISO | | DESCRIPCIÓN** | APLICACIONES |
|--------------|----------|--|---|
| Agujero base | Eje base | | |
| H11/c11 | C11/h11 | Movimiento grande, amplio: ajuste para tolerancias comerciales amplias o para elementos exteriores. | Cojinetes en maquinaria agrícola y doméstica, equipos de minería, topes, pasadores. |
| H9/d9 | D9/h9 | Movimiento libre: no debe emplearse cuando la precisión sea algo esencial. Es adecuado para grandes variaciones de temperatura, velocidades de giro elevadas, o presiones elevadas en la pieza macho. | Cojinetes giratorios donde la velocidad de giro es mayor o igual a 600 R.P.M., soportes de ejes en grúas, carretillas, transmisiones y maquinaria agrícola. |
| H8/f7 | F8/h7 | Movimiento limitado: para máquinas de precisión y para posicionamiento preciso en caso de velocidades moderadas y presión en la pieza macho. | Montajes deslizantes donde la velocidad es menor de 600 r/min, construcción de máquinas herramientas de precisión, partes de automotores. |
| H7/g6 | G7/h6 | Ajuste deslizante: cuando no se pretende que las piezas se muevan libremente, una respecto a la otra, pero pueden girar entre sí y colocarse con precisión. | Collares de retención, émbolos de frenos de aceite, acoplamiento de platillos desembragables, bridas de centrar para tuberías y válvulas. |
| H7/h6 | H7/h6 | Posicionamiento con juego: proporciona cierto apriete. Es adecuado para posicionar piezas estacionarias, pero pueden montarse y desmontarse fácilmente. | Engranajes de cambios de velocidades, ejes de contrapunto, mangos de volantes de mano, columnas guía de taladros radiales, brazo superior de fresadoras. |
| H7/k6 | K7/h6 | Posicionamiento de transición o ajuste intermedio: posicionamiento de precisión, es un compromiso entre el juego y la interferencia. | Engranajes en husillos, poleas fijas y volantes en ejes, discos de excéntrica, manivelas para pequeños esfuerzos. |
| H7/n6 | N7/h6 | Posicionamiento de transición o ajuste intermedio: posicionamiento más preciso en el que se requiere y admite una interferencia mayor. | Casquillos de bronce, collares calados sobre ejes, piñones en ejes motores, inducidos en dinamos. |
| H7/p6* | P7/h6 | Posicionamiento con interferencia: para piezas que requieran rigidez y alineación muy precisas pero sin requisitos especiales de presión en el agujero. | |
| H7/s6 | S7/h6 | Sin movimiento o fijo: para piezas de acero normales o ajustes forzados en secciones pequeñas. Es el ajuste más apretado admisible en piezas de fundición. | Casquillos de bronce en cajas, cubos de ruedas y bielas, coronas de bronce en ruedas helicoidales y engranajes, acoplamiento en extremos de ejes. |
| H7/u6 | U7/h6 | Forzado: para piezas que van a funcionar muy cargadas, para ajustes forzados en los que las fuerzas de apriete requeridas no son factibles en la práctica. | |

* Ajuste de transición para tamaños básicos comprendidos entre 0 y 3 mm.

** Tomada de Mitutoyo, Márgenes y Tolerancias. Impreso por Equipos y Controles Industriales (eci), Bogotá D.C..

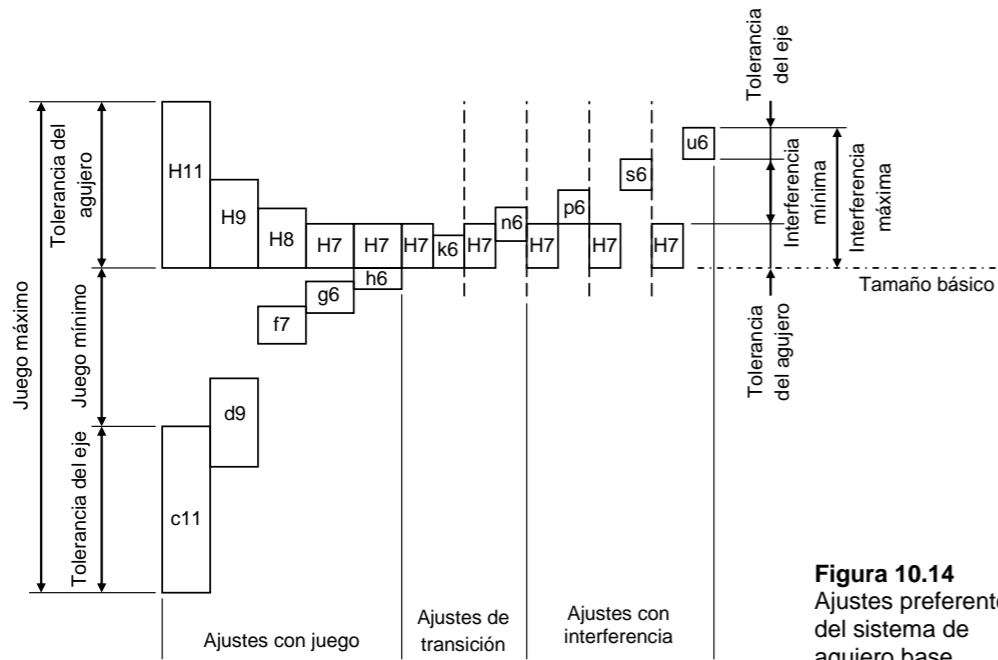


Figura 10.14
Ajustes preferentes del sistema de agujero base

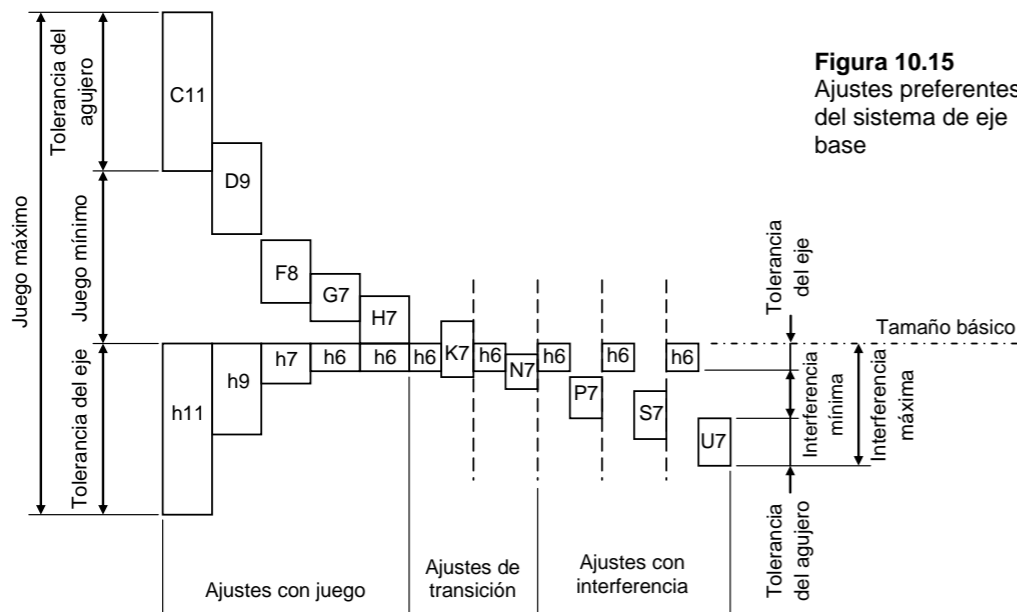


Figura 10.15
Ajustes preferentes del sistema de eje base

Tabla 10.3 Desviaciones fundamentales en milímetros (mm) para zonas de tolerancia de ejes (tomada de Jiménez^[8]). Los intervalos de tamaños básicos son sobre el límite inferior e incluyendo el límite superior.

| Tamaños básicos (mm) | Desviación fundamental (mm) | | | | | | | | | |
|----------------------|-----------------------------|--------|---------|--------|---|---------------------|--------|--------|--------|--------|
| | Desviación superior | | | | | Desviación inferior | | | | |
| | c | d | f | g | h | k | n | p | s | u |
| 0-3 | -0.060 | -0.020 | -0.0006 | -0.002 | 0 | 0 | +0.004 | +0.006 | +0.014 | +0.018 |
| 3-6 | -0.070 | -0.030 | -0.010 | -0.004 | 0 | +0.001 | +0.008 | +0.012 | +0.019 | +0.023 |
| 6-10 | -0.080 | -0.040 | -0.013 | -0.005 | 0 | +0.001 | +0.010 | +0.015 | +0.023 | +0.028 |
| 10-14 | -0.095 | -0.050 | -0.016 | -0.006 | 0 | +0.001 | +0.012 | +0.018 | +0.028 | +0.033 |
| 14-18 | -0.095 | -0.050 | -0.016 | -0.006 | 0 | +0.001 | +0.012 | +0.018 | +0.028 | +0.033 |
| 18-24 | -0.110 | -0.065 | -0.020 | -0.007 | 0 | +0.002 | +0.015 | +0.022 | +0.035 | +0.041 |
| 24-30 | -0.110 | -0.065 | -0.020 | -0.007 | 0 | +0.002 | +0.015 | +0.022 | +0.035 | +0.048 |
| 30-40 | -0.120 | -0.080 | -0.025 | -0.009 | 0 | +0.002 | +0.017 | +0.026 | +0.043 | +0.060 |
| 40-50 | -0.130 | -0.080 | -0.025 | -0.009 | 0 | +0.002 | +0.017 | +0.026 | +0.043 | +0.070 |
| 50-65 | -0.140 | -0.100 | -0.030 | -0.010 | 0 | +0.002 | +0.020 | +0.032 | +0.053 | +0.087 |
| 65-80 | -0.150 | -0.100 | -0.030 | -0.010 | 0 | +0.002 | +0.020 | +0.032 | +0.059 | +0.102 |
| 80-100 | -0.170 | -0.120 | -0.036 | -0.012 | 0 | +0.003 | +0.023 | +0.037 | +0.071 | +0.124 |
| 100-120 | -0.180 | -0.120 | -0.036 | -0.012 | 0 | +0.003 | +0.023 | +0.037 | +0.079 | +0.144 |
| 120-140 | -0.200 | -0.145 | -0.043 | -0.014 | 0 | +0.003 | +0.027 | +0.043 | +0.092 | +0.170 |
| 140-160 | -0.210 | -0.145 | -0.043 | -0.014 | 0 | +0.003 | +0.027 | +0.043 | +0.100 | +0.190 |
| 160-180 | -0.230 | -0.145 | -0.043 | -0.014 | 0 | +0.003 | +0.027 | +0.043 | +0.108 | +0.210 |
| 180-200 | -0.240 | -0.170 | -0.050 | -0.015 | 0 | +0.004 | +0.031 | +0.050 | +0.122 | +0.236 |
| 200-225 | -0.260 | -0.170 | -0.050 | -0.015 | 0 | +0.004 | +0.031 | +0.050 | +0.130 | +0.258 |
| 225-250 | -0.280 | -0.170 | -0.050 | -0.015 | 0 | +0.004 | +0.031 | +0.050 | +0.140 | +0.284 |
| 250-280 | -0.300 | -0.190 | -0.056 | -0.017 | 0 | +0.004 | +0.034 | +0.056 | +0.158 | +0.315 |
| 280-315 | -0.330 | -0.190 | -0.056 | -0.017 | 0 | +0.004 | +0.034 | +0.056 | +0.170 | +0.350 |
| 315-355 | -0.360 | -0.210 | -0.062 | -0.018 | 0 | +0.004 | +0.037 | +0.062 | +0.190 | +0.390 |
| 355-400 | -0.400 | -0.210 | -0.062 | -0.018 | 0 | +0.004 | +0.037 | +0.062 | +0.208 | +0.435 |
| 400-450 | -0.440 | -0.230 | -0.068 | -0.020 | 0 | +0.005* | +0.040 | +0.068 | +0.232 | +0.490 |
| 450-500 | -0.480 | -0.230 | -0.068 | -0.020 | 0 | +0.005* | +0.040 | +0.068 | +0.252 | +0.540 |

* Sólo para calidades IT4 a IT7; para las otras calidades tomar cero

Tabla 10.4 Desviaciones fundamentales en milímetros (mm) para zonas de tolerancia de agujeros (tomada de Jiménez^[8]). Los intervalos de tamaños básicos son sobre el límite inferior e incluyendo el límite superior.

| Tamaños básicos (mm) | Desviación fundamental (mm) | | | | | | | | | |
|----------------------|-----------------------------|--------|---------|--------|---|---------------------|----------|--------|--------|--------|
| | Desviación inferior | | | | | Desviación superior | | | | |
| | C | D | F | G | H | K* | N* | P** | S** | U** |
| 0-3 | +0.060 | +0.020 | +0.0006 | +0.002 | 0 | 0 | -0.004 | -0.006 | -0.014 | -0.018 |
| 3-6 | +0.070 | +0.030 | +0.010 | +0.004 | 0 | -0.001+δ | -0.008+δ | -0.012 | -0.019 | -0.023 |
| 6-10 | +0.080 | +0.040 | +0.013 | +0.005 | 0 | -0.001+δ | -0.010+δ | -0.015 | -0.023 | -0.028 |
| 10-14 | +0.095 | +0.050 | +0.016 | +0.006 | 0 | -0.001+δ | -0.012+δ | -0.018 | -0.028 | -0.033 |
| 14-18 | +0.095 | +0.050 | +0.016 | +0.006 | 0 | -0.001+δ | -0.012+δ | -0.018 | -0.028 | -0.033 |
| 18-24 | +0.110 | +0.065 | +0.020 | +0.007 | 0 | -0.002+δ | -0.015+δ | -0.022 | -0.035 | -0.041 |
| 24-30 | +0.110 | +0.065 | +0.020 | +0.007 | 0 | -0.002+δ | -0.015+δ | -0.022 | -0.035 | -0.048 |
| 30-40 | +0.120 | +0.080 | +0.025 | +0.009 | 0 | -0.002+δ | -0.017+δ | -0.026 | -0.043 | -0.060 |
| 40-50 | +0.130 | +0.080 | +0.025 | +0.009 | 0 | -0.002+δ | -0.017+δ | -0.026 | -0.043 | -0.070 |
| 50-65 | +0.140 | +0.100 | +0.030 | +0.010 | 0 | -0.002+δ | -0.020+δ | -0.032 | -0.053 | -0.087 |
| 65-80 | +0.150 | +0.100 | +0.030 | +0.010 | 0 | -0.002+δ | -0.020+δ | -0.032 | -0.059 | -0.102 |
| 80-100 | +0.170 | +0.120 | +0.036 | +0.012 | 0 | -0.003+δ | -0.023+δ | -0.037 | -0.071 | -0.124 |
| 100-120 | +0.180 | +0.120 | +0.036 | +0.012 | 0 | -0.003+δ | -0.023+δ | -0.037 | -0.079 | -0.144 |
| 120-140 | +0.200 | +0.145 | +0.043 | +0.014 | 0 | -0.003+δ | -0.027+δ | -0.043 | -0.092 | -0.170 |
| 140-160 | +0.210 | +0.145 | +0.043 | +0.014 | 0 | -0.003+δ | -0.027+δ | -0.043 | -0.100 | -0.190 |
| 160-180 | +0.230 | +0.145 | +0.043 | +0.014 | 0 | -0.003+δ | -0.027+δ | -0.043 | -0.108 | -0.210 |
| 180-200 | +0.240 | +0.170 | +0.050 | +0.015 | 0 | -0.004+δ | -0.031+δ | -0.050 | -0.122 | -0.236 |
| 200-225 | +0.260 | +0.170 | +0.050 | +0.015 | 0 | -0.004+δ | -0.031+δ | -0.050 | -0.130 | -0.258 |
| 225-250 | +0.280 | +0.170 | +0.050 | +0.015 | 0 | -0.004+δ | -0.031+δ | -0.050 | -0.140 | -0.284 |
| 250-280 | +0.300 | +0.190 | +0.056 | +0.017 | 0 | -0.004+δ | -0.034+δ | -0.056 | -0.158 | -0.315 |
| 280-315 | +0.330 | +0.190 | +0.056 | +0.017 | 0 | -0.004+δ | -0.034+δ | -0.056 | -0.170 | -0.350 |
| 315-355 | +0.360 | +0.210 | +0.062 | +0.018 | 0 | -0.004+δ | -0.037+δ | -0.062 | -0.190 | -0.390 |
| 355-400 | +0.400 | +0.210 | +0.062 | +0.018 | 0 | -0.004+δ | -0.037+δ | -0.062 | -0.208 | -0.435 |
| 400-450 | +0.440 | +0.230 | +0.068 | +0.020 | 0 | -0.005+δ | -0.040+δ | -0.068 | -0.232 | -0.490 |
| 450-500 | +0.480 | +0.230 | +0.068 | +0.020 | 0 | -0.005+δ | -0.040+δ | -0.068 | -0.252 | -0.540 |

* Sólo para calidades IT01 a IT8, excepto el valor para 0-3 mm que es válido para cualquier calidad. Para la posición N tomar cero para calidades IT9 a IT16, excepto para 0-3 mm que debe tomarse - 0.004

** Sólo para calidades IT8 a IT16

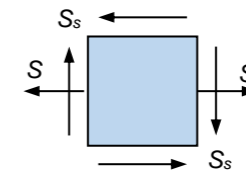
Nota: δ = IT_n - IT_{n-1} (diferencia entre la tolerancia de la calidad considerada y de la calidad inmediata más fina)

ECUACIONES DE DISEÑO - UNIDAD 5 - DISEÑO DE ÁRBOLES

- d : Diámetro de la sección de análisis
- M, T : Momento flector y par de torsión
- F : Fuerza axial
- σ_e : Esfuerzo equivalente
- S, S_s : Esfuerzo normal y cortante
- S_m, S_{ms} : Esfuerzo medio (normal, cortante)
- S_a, S_{as} : Esfuerzo alternativo (normal y cortante)
- S_y, S_{ys} : Resistencia de fluencia (tracción, torsión)
- S_e, S_i : Límite de fatiga y resistencia a la fatiga
- S_n : Resistencia a la fatiga corregida
- N : Factor de seguridad
- K_r : Factor de concentración de esfuerzos por fatiga
- K_a : Factor de superficie
- K_b : Factor de tamaño
- K_c : Factor de confiabilidad
- K_d : Factor de temperatura
- K_e : Factor de efectos varios
- K_{car} : Factor de carga

1. Análisis estático de árboles dúctiles uniformes de sección transversal circular sólida

Las siguientes ecuaciones se obtienen de la aplicación de las **teorías de falla estática** para materiales dúctiles a los árboles de transmisión de potencia que cumplan las siguientes **condiciones**: el árbol está sometido sólo a flexión, torsión y carga axial (sin efecto de columna). La cizalladura no se tiene en cuenta (esto es un procedimiento correcto si la longitud entre apoyos del árbol es mucho mayor que sus dimensiones transversales). El material es dúctil y uniforme. La sección transversal es circular maciza. No existen ajustes de interferencia o sus esfuerzos son despreciables.



$$S_s = \frac{Tc}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$S = \pm \frac{F}{A} \pm \frac{Mc}{I} = \pm \frac{4F}{\pi d^2} \pm \frac{32M}{\pi d^3}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e = \frac{S_y}{N} = \frac{4}{\pi d^3} \sqrt{(8M + Fd)^2 + 48T^2} \\ \left[\frac{S_y \pi}{4N} \right]^2 d^6 - (F^2)d^2 - (16MF)d - (64M^2 + 48T^2) = 0 \end{aligned} \right\} \text{Teoría del esfuerzo cortante octaédrico}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e = \frac{S_y}{N} = \frac{4}{\pi d^3} \sqrt{(8M + Fd)^2 + 64T^2} \\ \left[\frac{S_y \pi}{4N} \right]^2 d^6 - (F^2)d^2 - (16MF)d - 64(M^2 + T^2) = 0 \end{aligned} \right\} \text{Teoría del esfuerzo cortante máximo}$$

T , M y F son las cargas en la sección del árbol que se esté analizando y siempre se toman **positivos**. Usualmente, el análisis estático se efectúa para la carga pico; por tanto, T , M y F serían las **cargas pico**.

Cuando no existe carga axial en la sección a analizar ($F = 0$), las expresiones resultantes son:

$$\left. \begin{aligned} d = \left[\frac{16N}{\pi S_y} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad \frac{1}{N} = \frac{16}{\pi S_y d^3} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \\ d = \left[\frac{32N}{\pi S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad \frac{1}{N} = \frac{32}{\pi S_y d^3} (M^2 + T^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Teoría del esfuerzo} \\ \text{cortante octaédrico} \\ \text{Teoría del esfuerzo} \\ \text{cortante máximo} \end{array}$$

Es importante tener en cuenta que si las cargas dinámicas se van a repetir un número significativo de veces (por ejemplo, más de unas 1000 veces), es necesario **considerar la posible falla por fatiga debido a estas cargas**. Adicionalmente, podría considerarse la falla por fatiga debida a la combinación de cargas pico cíclicas y cargas nominales cíclicas.

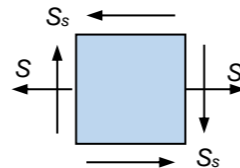
2. Análisis por fatiga de árboles

2.1 Método von Mises

Este es el método más general y más conservativo.

$$\frac{1}{N} = \frac{\sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}}{S_y} + \frac{\sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}}{S_n} \quad (\text{Soderberg})$$

$$\frac{1}{N} = \frac{\sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}}{S_u} + \frac{\sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}}{S_n} \quad (\text{Goodman modificada})$$



donde

$$\tau_m = K_{f(T)} S_{ms} \quad \text{y} \quad \tau_a = K_{f(T)} S_{as}$$

$$\sigma_m = K_{f(F)} S_{m(F)} + K_{f(M)} S_{m(M)} \quad \text{y} \quad \sigma_a = K_{f(F)} S_{a(F)} + K_{f(M)} S_{a(M)}$$

Condiciones:

- Material dúctil o frágil.
- Los esfuerzos normal y cortante varían en **fase** y con la misma **frecuencia** (podría utilizarse, aun si esto no se cumple; se espera que en la mayoría de los casos los resultados sean conservativos).
- El estado de esfuerzo es como el de la figura de arriba. Esfuerzos producidos sólo por F , M y T (los esfuerzos debidos a ajustes de interferencia y a fuerzas cortantes, si los hay, son despreciables).
- Si la sección de análisis está sometida a compresión, no existe posibilidad de pandeo del árbol en dicha sección.

2.2 Procedimiento propuesto por la ASME

La ASME presenta una ecuación de diseño por fatiga (ecuación ANSI/ASME, Norma B106.1M-1985 para diseño de árboles de transmisión), basada en resultados experimentales con probetas sometidas a torsión y flexión combinadas. Este método es el más exacto, pero tiene más condiciones.

Condiciones:

- Par de torsión constante: $T = T_m$ y $T_a = 0$, con lo que $S_{ms} = Tc/J = 16T/(\pi d^3)$ y $S_{as} = 0$.
- Flexión giratoria con momento constante: $M = M_m$ y $M_a = 0$, pero $S_m = 0$ y $S_a = Mc/I = 32M/(\pi d^3)$.
- Material dúctil.
- Sección transversal circular sólida.
- No existe fuerza axial ni ningún otro tipo de carga diferente de torsión y flexión.

$$d = \left\{ \frac{32N}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M}{S_n} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad N = \frac{\pi d^3}{32} \left[\left(K_f \frac{M}{S_n} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

K_f y S_n se calculan para la carga de flexión (K_f y S_n afectan a M , que es el que produce los esfuerzos variables).

3. Esfuerzos por ajustes forzados

Presión en la superficie de contacto:

$$p_c = \frac{A_{pr}}{d_c \left[\frac{d_c^2 + d_i^2}{E_i(d_c^2 - d_i^2)} + \frac{d_o^2 + d_c^2}{E_o(d_o^2 - d_c^2)} - \frac{\nu_i}{E_i} + \frac{\nu_o}{E_o} \right]}$$

Si $\nu_i = \nu_o$ y $E_i = E_o$:
$$p_c = \frac{A_{pr} E (d_c^2 - d_i^2) (d_o^2 - d_c^2)}{2 d_c^3 (d_o^2 - d_i^2)}$$

Esfuerzos tangenciales de acuerdo con Lamé (eje y agujero huecos): - TECM

$$S_{to} = \frac{2 p_c d_c^2}{d_o^2 - d_c^2} \quad S_{ico} = p_c \left(\frac{d_o^2 + d_c^2}{d_o^2 - d_c^2} \right) \quad S_{ici} = -p_c \left(\frac{d_c^2 + d_i^2}{d_c^2 - d_i^2} \right) \quad S_{ii} = \frac{-2 p_c d_c^2}{d_c^2 - d_i^2}$$

Esfuerzos tangenciales de acuerdo con Birnie (eje y agujero huecos): - TDM

$$S_{to} = \frac{2 p_c d_c^2}{d_o^2 - d_c^2} \quad S_{ico} = p_c \left(\frac{d_o^2 + d_c^2}{d_o^2 - d_c^2} + \nu_o \right) \quad S_{ici} = -p_c \left(\frac{d_c^2 + d_i^2}{d_c^2 - d_i^2} - \nu_i \right) \quad S_{ii} = \frac{-2 p_c d_c^2}{d_c^2 - d_i^2}$$

Esfuerzos tangenciales (eje macizo):

$$S_{cii} = S_{ii} = -p_c. \quad S_{to} \text{ y } S_{ico} \text{ se calculan con las ecuaciones dadas arriba}$$

Fuerza axial, par de torsión y calentamiento o enfriamiento:

$$F_a = \mu \pi d_c L p_c \quad T = \frac{1}{2} \mu \pi d_c^2 L p_c \quad \Delta T_{emp} = \frac{\Delta d_c}{\alpha_T d_c} \quad \Delta T_{emp} > \frac{A_{pr}}{\alpha_T d_c}$$

REFERENCIAS

- [1] Faires, V. M.. **Diseño de Elementos de Máquinas**. México: Editorial Limusa, 1995. 4ª Reimpresión.
- [2] Norton, Robert L.. **Diseño de Máquinas**. México: Ed. Prentice-Hall (Pearson), 1999.
- [3] Juvinall, R. C.. **Stress, Strain and Strength**. Nueva York: McGraw-Hill, 1967, pág. 234.
- [4] Catálogo FAG: **Programa Standard FAG**. Catálogo WL 41 510/2 SE, edición 1988.

- [5] Ivanov, M. N.. **Elementos de Máquinas**. Moscú: Escuela Superior, 1984.
- [6] Juvinall, R. C. y MARSHEK, K. M.. **Fundamentals of Machine Component Design**. 2nd ed. Nueva York: John Wiley & Sons, 1967, pág. 270.
- [7] Wileman, J., Choudhury, M. Y Green, I.. **Computation of Member Stiffness in Bolted Connections**. *Trans. ASME, J. Mech. Design*. 113, 1991. Págs. 432-437.
- [8] Jiménez Balboa, Luis. **Prontuario de Ajustes y Tolerancias**. Barcelona: Marcombo S.A., 1967.